Per Arne Birkeland • Trygve Breiteig • Rolf Venheim

MATEMATIKK FOR LÆRERE 1

6. utgave



UNIVERSITETSFORLAGET

Matematikk for lærere 1

Per Arne Birkeland, Trygve Breiteig
og Rolf Venheim

Matematikk for lærere 1

6. utgave

Universitetsforlaget

© Universitetsforlaget, Oslo, 2019
ISBN: 9788215033150
1. utgave, 1. versjon, Universitetsforlaget, 2019
E-utgaven baserer seg på 6. trykte utgave, 2. opplag, Universitetsforlaget 2018, 2019

Elektronisk tilrettelegging: Universitetsforlaget
Omslagsdesign: Cecilie Mohr
Sats: Gamma grafisk AS (Vegard Brekke)

Materialet i denne publikasjonen er omfattet av åndsverklovens bestemmelser. Uten særskilt avtale med Universitetsforlaget er enhver eksemplarfremstilling og tilgjengeliggjøring bare tillatt i den utstrekning det er hjemlet i lov eller tillatt gjennom avtale med Kopinor, interesseorgan for rettighetshavere til åndsverk.

www.universitetsforlaget.no
post@universitetsforlaget.no

Innhold

Forord 9

1 Matematikk som skolefag 11
1.1 Hva kjennetegner matematikk? 11
1.2 Hvorfor matematikk i skolen? 13
1.3 Trekk fra læreplaner for skolefaget matematikk 16
1.4 LK06 – intensjoner og didaktiske konsekvenser 18
Hovedinnholdet i kapitlet 23

2 Undervisning og læring 25
2.1 Lærerkompetanser 25
2.2 Kunnskapstyper 28
2.3 Barns begrepsutvikling 34
2.4 Å avdekke begrepsproblemer 37
2.5 Matematikkvansker 44
2.6 Matematikk og språk 49
2.7 Teorier for undervisning og læring 54
2.8 Å planlegge undervisning 69
Hovedinnholdet i kapitlet 72
Eksamensoppgaver 73

3 Naturlige tall og regning 77
3.1 Sentrale aspekter ved tallbegrepet 77
3.2 Posisjonssystem. Basis 78
3.3 Tallsystemer fra andre kulturer 85
3.4 Regnearter 90
3.5 Hoderegning 110
3.6 Algoritmer for regning med naturlige tall 116
Hovedinnholdet i kapitlet 133
Eksamensoppgaver 135

4 Tallteori 139
4.1 Faktorisering 140
4.2 Primtall 145
4.3 Felles faktor og felles multiplum 154
4.4 Figurtall 162
4.5 Noen oppstillinger av tall 173
Hovedinnholdet i kapitlet 185
Eksamensoppgaver 186

5 Utvidelser av tallområdet 193
5.1 Hele tall 195
5.2 Brøk 203
5.3 Regning med brøk 210
5.4 Desimaltall 226
5.5 Omgjøring mellom brøk og desimaltall 229
5.6 Regning med desimaltall 232
5.7 Prosent og promille 236
5.8 Tall på standardform 242
5.9 Måling, avrunding og overslag 244
5.10 Irrasjonale og reelle tall 253
Hovedinnholdet i kapitlet 259
Eksamensoppgaver 262

6 Algebra 273
6.1 Hva kjennetegner algebra? 273
6.2 Fra tallmønster til algebra: generalisering og bevis 280
6.3 Generalisert tallregning: identiteter og omforminger 291
6.4 Likninger 300
6.5 Koordinatsystemet 311
Hovedinnholdet i kapitlet 313
Eksamensoppgaver 314

7 Funksjoner 319
7.1 Hva er en funksjon? 319
7.2 Elevers arbeid med funksjoner 329
7.3 Datamaskinen i arbeidet med funksjoner 344
7.4 Lineære funksjoner og polynomfunksjoner 346
Hovedinnholdet i kapitlet 352
Eksamensoppgaver 353

Løsninger og vink til oppgaver 359
3 Naturlige tall og regning 359
4 Tallteori 361
5 Utvidelser av tallområdet 368
6 Algebra 373
7 Funksjoner 377

Referanser 381

Stikkord 385

Forord

Lærestoffet i dette verket følger nasjonale forskrifter som Kunnskapsdepartementet har fastsatt for faget matematikk i grunnskolelærerutdanningen. Planen stiller krav om at læreren må ha

– solid innsikt i matematikk, med en faglig sikkerhet som i vesentlig grad går ut over det som er elevenes kompetansemål. Gjennom lærerutdanningen skal studentene konsolidere sine egne kunnskaper og ferdigheter i matematikk. Da må vi legge vekt på det å forstå sentrale matematiske begreper noe i dybden.
– pedagogisk kompetanse, en kjennskap til elevers læring og til stadier i deres begrepsutvikling. Det innebærer å kunne planlegge undervisningen, tilrettelegge og undervise ut fra elevenes ulike forutsetninger, bakgrunn og nivå. Og det betyr å kunne lede en klasse, en gruppe eller en enkelt elev mot klare mål.

Matematikk for lærere 1 og *2* dekker lærestoffet for matematikk i lærerutdanningen for 1.–7. trinn i grunnskolen. Bøkene dekker også store deler av innholdet i matematikk for studenter som skal bli lærere på 5.–10. trinn.

Et særpreg ved lærerutdanningen er å studere hvordan barn kan lære innenfor ulike fag og emner – og hvordan vi som lærere kan velge måter å tilnærme oss stoffet på, hvordan vi kan respondere på elevers løsninger og deres uttrykk. Elever har varierende bakgrunn og forutsetninger, og alle lærer ikke på samme måte. I undervisningen betyr det mye at læreren kan ta i bruk forskjellige arbeidsmetoder og kjenne til aktuelle løsnings- og tenkemåter. Vi vil beskrive og drøfte slike momenter gjennom tekster og oppgaver. Det beste utbyttet sikres ved at studentene bruker bøkene og arbeider med stoffet både før og etter forelesninger, gruppeøvinger og veiledning.

Studentene vil i *Matematikk for lærere* møte undersøkende oppgaver som leder inn i sentralt lærestoff. Disse er kalt *arbeidsoppgaver*, **A**-oppgaver. Ofte innleder de et tema, et kapittel eller avsnitt. De inviterer studentene til å forberede problemstillinger, og å aktivt danne sin kunnskap. Studentene får på denne måten føle på kroppen arbeidsmåter som er anerkjente i skolen.

Studentene utfordres også til å bearbeide et gjennomgått stoff – og naturligvis til å trene på ferdigheter. Dette kan skje ved å arbeide med de *ordinære oppgavene*, som er gitt etter hvert delkapittel. Disse kan suppleres ved å bruke et utvalg av tidligere *eksamensoppgaver*, **E**-oppgaver, som er tatt med i slutten av kapitlene.

Det forskes kontinuerlig på matematikkdidaktikk. Utdanningen skal gi studentene glimt inn i denne forskningen, som en hjelp til at de skal kunne utvikle sin egen undervisning som matematikklærere. Et mål er at de skal kunne finne, forstå, vurdere og bruke forskning. De kan for eksempel utføre noen enkle og avgrensede undersøkelser, gjerne ved å samle inn og analysere data fra matematikk i et klasserom. *Matematikk for lærere* inneholder en del forslag til oppgaver med et slikt formål. De kalles *temaoppgaver*, se **T**-oppgavene.

I lærerutdanningen vektlegges praksisopplæringen. Det er i praksis i skolen at en lærers faglige og pedagogiske kompetanse skal vise seg. Skolen er dermed en vesentlig læringsarena i lærerutdanningen. *Matematikk for lærere* konkretiserer enkeltemner i matematikk slik at det kan gi perspektiver og ideer for lærernes egen undervisning, både til forberedelse og begrunnelse, til gjennomføring og etterarbeid. Vi håper at studentene vil ha godt utbytte av å lese og arbeide med både det didaktiske og det matematikkfaglige stoffet i *Matematikk for lærere*. Det er vårt mål at dette kan virke til en framtidsrettet lærerutdanning i matematikk – at hver student kan bli en god lærer for elevene sine. Grunnutdanningen skal være et fundament som en lærer kan bygge videre på og utvikle.

I denne sjette utgaven av *Matematikk for lærere* er innholdet oppdatert, og noe nytt er lagt til. Framstillingen er omredigert og forsøkt forenklet mange steder. Sentrale momenter og viktige resultater er blitt uthevet og mer synlige. Hvert kapittel ender med en oppsummering, som gir en oversikt over kapitlets innhold.

Vi vil også peke på forlagets hjemmeside for bøkene, som gir linker til flere ressurser, samt til en del bakgrunnsstoff.

Takk for all hjelp til dette verket. En spesiell takk til Universitetsforlaget ved deres redaktør, konsulenter og formgivere – for all positiv støtte til utformingen og produksjonen av *Matematikk for lærere*.

Kristiansand, desember 2017

Per Arne Birkeland *Trygve Breiteig* *Rolf Venheim*

KAPITTEL 1

Matematikk som skolefag

I undervisningen må læreren alltid ha for øie at barna skal lære å regne på en slik måte at de øves op til tenksomme mennesker. Derfor skal de ikke bare lære å forstå det de gjør, slik som barn på hvert trin *kan* forstå det. Men de skal også bli vent til å arbeide sig frem til forståelsen og løsningsmåten ved egen hjelp.

– Normalplan for landsfolkeskolen, 1922, s. 28

Paragraf 2 i *opplæringslova* bestemmer at Kunnskapsdepartementet skal gi forskrifter om fag i grunnskolen, og om mål, omfang og gjennomføring av opplæringen. Departementet har også konkretisert nærmere de målene som loven setter for skolen, ved å utarbeide nasjonale læreplaner for de ulike fagene. Disse inneholder samfunnets pålegg til skolen med tanke på undervisning og oppdragelse av elevene. Læreplanene er, sammen med loven og forskriftene, samfunnets styringsinstrumenter for skolen. De skal sikre et mest mulig likeverdig tilbud til alle elever.

En plan bygger gjerne på et pedagogisk grunnsyn. Planen vil gjenspeile samfunnets utvikling og krav, både demokratisk og skolepolitisk og ikke minst teknologisk. Og planen reflekterer forskning om læring av matematikk. Derfor blir læreplanene fornyet med jevne mellomrom.

Læreplanen for matematikk gir den rammen vi som lærere har for vårt arbeid med matematikkundervisning i grunnskolen. Den gir mål for elevenes kompetanse på ulike trinn. Innenfor de rammene som planen gir, skal vi legge opp undervisningen ut fra et hensyn til den enkelte elevens utvikling og muligheter i matematikk.

1.1 Hva kjennetegner matematikk?

Fra tidenes morgen har det vært behov for å kunne telle og angi mengder ved hjelp av tall. Telling kunne skje ved å bruke forskjellige gjenstander, som pinner, steiner og liknende. Det var også behov for tall i andre sammenhenger, for eksempel for å avgjøre størrelse på områder av fruktbar jord eller for å ha kontroll over årstider og tidsangivelser. I dag er det en vanlig oppfatning at matematikk er læren om tall og rom og de generaliseringene vi kan gjøre med disse utgangspunktene. Vi kan dele matematikken grovt inn i tall og algebra, matematisk analyse (engelsk: *calculus*),

geometri og statistikk og sannsynlighet. Algebra omfatter tallene med abstraksjoner, mens matematisk analyse dreier seg om reelle tall, funksjoner og grenseverdier. Geometri er læren om rommet med generaliseringer, statistikk gjelder store samlinger av tall, mens sannsynlighet betyr å regne med sjanse, risiko og usikkerhet. I matematikken utvikles det ofte teoretiske modeller som beskriver forhold og prosesser i natur og samfunn.

Røttene for faget kan si oss mer om hva det er for noe, dette som vi kaller matematikk.

Matematikken har utviklet seg fra flere grunnleggende menneskelige aktiviteter. Den er et kulturelt produkt. Alan Bishop (1988) har analysert ulike kulturer for å se spesielt etter røtter til matematikk. Han identifiserte seks kategorier av aktiviteter som fins i alle undersøkte sivilisasjoner. Disse aktivitetene kan vi si er universelle. De er også nødvendige og tilstrekkelige for at matematisk kunnskap skal utvikles. Dette er Bishops kategorier:

- *Telling*: Vi trenger å telle opp for å bestemme hvor mange det er av noe, for eksempel dyr, dager, mennesker eller andre samlinger av objekter. Mennesker gjør bruk av en systematisk måte å sammenlikne antall. Det kan være ved streker, objekter, tau med knuter, eller spesielle tallord for å angi og kommunisere dette. Herfra utvikles tallsystemer, algebra og begreper i statistikk.
- *Lokalisering*: Mennesker undersøker sine romlige omgivelser og skaper begreper – og symboler for sted, retning, bevegelse og navigering. Til dette brukes modeller, diagrammer, kart, tegninger og mange slags instrumenter.
- *Måling*: Alle kulturer har et behov for å kunne sammenlikne eller ordne størrelser. Da blir det bruk for ulike måleinstrumenter og hjelpemidler knyttet til enheter. De første enhetene kunne ha sammenheng med menneskekroppen: tomme, fot, alen, skritt. Eller med astronomiske fenomener: døgn, måned, år. Etter hvert fikk menneskene bruk for finere instrumenter til å måle mer nøyaktig og til å måle flere typer størrelser. Det leder til utvikling av standardiserte enheter, spesielt det metriske systemet. Ved hjelp av matematikken kan vi sammenlikne, ordne, gjøre overslag og beregne usikkerhet.
- *Formgiving*: Denne aktiviteten omfatter det å skape former, designe objekter, gi dem form ved å lage objektet og symbolisere det etter en eller annen konvensjon. Grunnleggende formaktiviteter kommer til syne i hverdagen, som i redskaper til å lage eller oppbevare mat, til jakt og fangst eller til stell av jorda. Dermed utvikler vi innsikt i forskjellige former, geometriske figurer og mønstre og i forhold og målestokk. Det blir behov for tegneredskaper og regler for perspektivtegning.
- *Lek*: Mennesker tilrettelegger spill og leker, og de spiller, pusler og leker med bruk av mer eller mindre formaliserte regler. Regler for lek og strategier for spill kan lede til begrepene sjanse og sannsynlighet og utvikles til spillteori.
- *Forklaring*: Mennesket har et grunnleggende behov for å kunne svare på *hvorfor*, for å finne måter å begrunne fenomener i livet. De kan søke svar i religiøse begrunnelser, i naturmystikk, i vitenskapelige forklaringer, eller i en blanding

av dette. Denne søkingen etter begrunnelser leder mot logikk og bevis, og fører til bruk av symboler og algoritmer, og til utvikling av likninger, formler og diagrammer. Et viktig spørsmål blir hvilke slutninger vi kan trekke ut fra noen grunnleggende premisser.

Matematikk som kulturell kunnskap er utviklet ved at mennesker engasjerer seg vedvarende og bevisst. Dermed kan matematikken få varierende innhold eller tyngdepunkt, og ta forskjellige retninger i ulike kulturer. Ved at historiske og kulturelle perspektiver tas inn i matematikkundervisningen, kan elevene få en større forståelse, respekt og ydmykhet både for den historiske og den globale sammenhengen vi står i.

1.2 Hvorfor matematikk i skolen?

Det kan være tankevekkende å reflektere over hva matematikken betyr i dagliglivet. Ta ei avis og se nøye etter hvor mye av tall, nummerering, ulike diagrammer og statistikk som ligger der som deler av informasjon og som premisser i debatter! I tillegg har vi matematikkens skjulte rolle, nemlig matematikk brukt i forbindelse med blant annet datamaskiner, digitaliserte tekster, bilder, kommunikasjon og navigering. For mange mennesker er det selvsagt at matematikk skal være et eget fag i skolen. Dette har ikke vært mye diskutert, men fra tid til annen stilles spørsmålet, både av barna selv og av voksne, om hvorfor vi egentlig har matematikk i skolen. Kunne ikke faget ha vært et valgfag for de spesielt interesserte, slik at de fleste kunne slippe mesteparten?

Det blir gitt ulike begrunnelser for at alle barn skal lære matematikk. Blant annet har det tidligere vært framhevet at matematikken utvikler barnas logiske sans og deres evner. De ulike delene av faget har en streng indre struktur, der en plattform av aksiomer eller grunnleggende sammenhenger brukes til å utlede setninger som bevises ved hjelp av logikkens spilleregler. Da mente mange at barna ved å oppdage denne logikken ville utvikle sin intelligens. Abraham Lincoln, som var USAs president, studerte ivrig Euklids bøker om geometriens setninger og bevis for å kunne forstå hva et bevis er, og for å kunne forbedre sin logiske argumentasjon i ulike sammenhenger som jurist.

Den danske matematikkdidaktikeren Mogens Niss (2003) peker på tre begrunnelser for allmenn matematikkundervisning, som er mer framtredende i dag:

– Undervisningen skal bidra til den teknologiske og sosioøkonomiske utviklingen i samfunnet, både av hensyn til samfunnet selv og i konkurranse med andre samfunn og nasjoner.
– Undervisningen skal bidra til at samfunnet opprettholdes og utvikles politisk, ideologisk og kulturelt, både for seg selv og i konkurranse med andre samfunn eller nasjoner.
– Undervisningen skal gi menneskene de forutsetningene de trenger for å håndtere det som skjer i forskjellige perioder av livet deres – i utdanningen, i yrkeslivet, privat, på fritida og i rollen som samfunnsborgere.

LK06 (Læreplanen fra 2006) nevner i avsnittet *Formålet med faget* at matematikk er en del av den globale kulturarven. Faget griper inn i mange vitale samfunnsområder, som medisin, økonomi, teknologi, kommunikasjon, energiforvaltning og byggevirksomhet. Solid kompetanse i matematikk er dermed en forutsetning for utvikling i samfunnet. Et velfungerende demokrati trenger borgere som kan sette seg inn i, forstå og kritisk vurdere kvantitativ informasjon, statistiske analyser og økonomiske prognoser. På den måten er matematisk kunnskap og innsikt nødvendig for å forstå og kunne påvirke prosesser og utvikling i samfunnet.

Kompetanse i matematikk er viktig for den enkelte. Faget kan legge grunnlag for å ta videre utdanning og for å ta del i yrkesliv og fritidsaktiviteter. Matematikk har betydd mye for store deler av vår kulturhistorie og for utviklingen av logisk tenkning. På den måten spiller faget en sentral rolle i den allmenne danningen. Det påvirker menneskenes identitet, tenkemåte og selvforståelse. Det er vesentlig for å kunne ta ansvar for eget yrke og for eget liv.

Matematikk kan også bidra til skolens videre dannelsesoppgaver. Undervisningen kan sikte mot å utvikle evne til selvbestemmelse, til medbestemmelse, til solidaritet med andre og til forvaltning av natur og ressurser.

Oppgaver

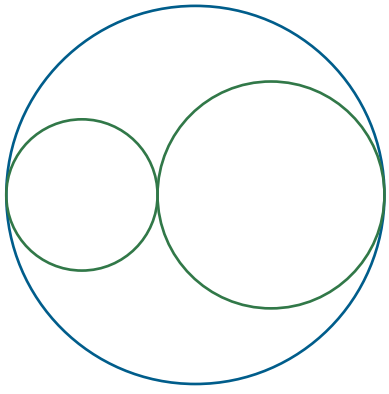
1.1 Det å undre seg er en verdi som elever kan møte i matematikken.

a Har du selv i din matematikklæring møtt tilfeller da du på en ekte måte undret deg? Kommenter og gi eksempler.

b En elev på begynnertrinnet finner ut at for å regne ut slikt som $40 + 50$, så trenger vi bare å regne $4 + 5$. Hvordan ville du som lærer respondere til eleven?

c En elev sier at om vi har to forskjellige brøker, så vil den brøken vi får ved å plusse tellerne og plusse nevnerne, alltid ligge mellom de to brøkene. For eksempel ligger brøken $\frac{3}{8}$ i størrelse mellom $\frac{1}{3}$ og $\frac{2}{5}$. Har eleven rett? Hva ville du svare eleven?

d En lærerstudent oppdaget at omkretsen rundt den store sirkelen er lik summen av omkretsene til de to små.



Figur 1.1

Da han innså hvorfor det alltid må være slik, var det tydelig at han ble forundret og glad.
Hva kan være årsak til en slik reaksjon?
Hva tror du kan gjøre at en elev kan glede seg ved å arbeide med en matematikkoppgave?

e En lærerstudent forteller om en barndomsopplevelse: Hun ser på ei pakke KK-kavringer. På pakka er det bilde av ei jente som holder ei pakke KK-kavringer i fanget. På denne er naturligvis det samme bildet synlig: jenta med kavringposen.

Studenten undret seg over de dype konsekvensene av denne oppdagelsen. Hvorfor tror du hun undret seg?

1.2 Matematikeren Georg Cantor fant rundt 1896 noen resultater som rystet matematikere. En av hans ideer kan vises ved et eksempel. Påstand: Det er like mange ekte brøker som uekte, det vil si like mange brøker mellom 0 og 1 som det er fra 1 til uendelig.

Cantors resonnement er: Vi kan pare sammen brøker av de to kategoriene ved å bytte teller og nevner. For eksempel parer vi $\frac{2}{7}$ til $\frac{7}{2}$ – én ekte og én uekte brøk. På denne måten kan enhver ekte brøk pares sammen med nøyaktig én uekte, og omvendt, enhver uekte brøk pares sammen med nøyaktig én ekte. Derfor må det være like mange av de to kategoriene av brøker.

a Hvorfor ser dette ut som et paradoks?

b Tenk etter om paradokser kan ha noen verdi i matematikkundervisningen.

c Les om noen av Zenons paradokser (Zenon fra Elea, født cirka 490 f.Kr., død cirka 430 f.Kr.) fra oldtidas matematikk, for eksempel fabelen om Akilles og skilpadden som kappløper. Kommenter eksemplet.

d Ei «logisk nøtt» kan knyttes til følgende historie: Barbereren i den lille byen Kingston barberer alle i byen som ikke barberer seg selv. Spørsmålet er: Barberer han seg selv?
Kommenter spørsmålet.
Merknad: Dette er en konkret utgave av det såkalte Russels paradoks.

1.3 Forskere har identifisert noen verdier i matematikk, som lærere og elever kan møte i skolen:

- *rasjonalitet* – argumentere og resonnere
- *empiri* – konkretisere ideer i matematikk og, motsatt, bruke matematikk i virkeligheten
- *sikkerhet og kontroll* – få kontroll over tilsynelatende kaotiske situasjoner, mestre oppgaver, regler og prosedyrer

– *syn for utvikling* – matematikken vokser fram ved at mennesker stiller spørsmål, undersøker, tester hypoteser, bygger videre, korrigerer blindveier
– *åpenhet* – klare og presise resonnementer og forklaringer, vi kan ikke skjule oss bak juks eller talemåter.
– *undring* – fascinasjon over overraskende sammenhenger, setninger, regler og mønstre, vi aner dybder og et snev av mystikk.

Finn eksempler fra skolen der du ser noen av disse verdiene.

1.3 Trekk fra læreplaner for skolefaget matematikk

Allerede i den første skoleloven som Stortinget vedtok – *Lov angaaende Almue-Skolevæsenet paa Landet* – i 1827, fikk *regning* en plass i norsk skole. Undervisningen var primært lagt opp til at barna skulle få regneferdigheter, slik at de sikkert, raskt og praktisk kunne løse oppgaver som de ofte ville få bruk for i dagliglivet. Samtidig ble det lagt vekt på korrekte og greie skriftlige oppstillinger. De fire regneartene hadde dermed stor plass. Etter hvert kom også målinger og beregninger av flate og volum med. Fagets innhold var lenge relativt stabilt og var i stor grad orientert mot å oppnå ferdigheter i regning. Men de gamle planene vektla også andre kvaliteter, som forståelse og kreativitet, slik vi kan se av sitatet fra 1922 helt i begynnelsen av dette kapitlet.

I 1959 ble grunnskolen utvidet fra sju til ni år. Faget fikk navnet matematikk, og deler av fagets innhold fra den høgre skolen kom inn i planen. Det gjaldt spesielt geometri og algebra. Et av målene for barnetrinnet var således at elevene skulle «lære å løse enkle ligninger av første grad med én ukjent». 1960-årene var i den vestlige verden preget av mange reformtiltak for matematikk i skolen. Et stort arbeid ble gjort gjennom et nordisk samarbeid for å modernisere faget, spesielt på bakgrunn av reformbevegelsen i USA.

Reformbevegelsen skapte sterk debatt. Det kom en midlertidig mønsterplan i 1971, M71, som hadde to matematikkplaner: ett radikalt og ett mer tradisjonelt alternativ. Det var den radikale planen som først og fremst var årsak til debatten, som dreide seg om fagets innhold og form. Utfallet ble at det tradisjonelle alternativet vant fram og dannet grunnlaget for mønsterplanen i 1974, M74. Denne planen la større vekt på de grunnleggende ferdighetene i faget. Men debatten omkring matematikk i skolen – i Norge så vel som internasjonalt – fortsatte i flere år. I mange land vokste det fram en betydelig forskning på læring og undervisning av matematikk, det ble laget sentrer for å utvikle matematikk i skolen, det kom nye tidsskrifter, og faget ble gjenstand for internasjonalt samarbeid og konferanser.

Den neste planen, M87, kom i 1987. Denne understreket tre forhold som er av betydning for matematikkfaget:

– Undervisningen skulle være tilpasset elevene,
– den skulle ha et tverrfaglig perspektiv,
– og skoler og kommuner skulle utarbeide lokale planer.